

Mathematisch exakt anstatt empirisch vage

Methoden zur Bestimmung der Unsicherheit von Koordinatenmessungen

Michael Hernla, Dortmund

Die heute eingesetzten Verfahren zur Bestimmung der Unsicherheit von Koordinatenmessungen basieren auf der Auswertung von Messreihen bzw. der Simulation der Messabweichungen. Im Vergleich mit der mathematisch exakten Lösung werden die Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren bzw. der zu Grunde liegenden Methoden deutlich. Nur mit der exakten Lösung kann die Wirkung der einzelnen Einflussgrößen auf die Messunsicherheit sichtbar gemacht werden.

Der Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen ist heute die international anerkannte Grundlage zur Beurteilung der Qualität von Messungen und zur Sicherstellung ihrer Vergleichbarkeit [1]. Seine wesentlichen Forderungen zur Vorgehensweise und zur Dokumentation der Unsicherheit sind:

- ▶ die Angabe einer mathematischen Funktion $Y = f(X_i)$ für die Beziehung zwischen der Messgröße Y und den Einflussgrößen X_i , die wesentliche Komponenten der Messunsicherheit darstellen,
- ▶ die Ermittlung der Schätzwerte x_i der Einflussgrößen X_i durch statistische Analyse oder auf andere Weise,
- ▶ die Ermittlung der Standardunsicherheiten $u(x_i)$ der Einflussgrößen X_i durch statistische Analyse (Methode A) oder auf andere Weise (Methode B),
- ▶ die Berechnung der auftretenden Kovarianzen für eventuell korrelierte Einflussgrößen,
- ▶ die Berechnung des Messergebnisses y als Wert der Messgröße Y aus der Funktion $Y = f(X_i)$ mit den Schätzwerten x_i der Einflussgrößen X_i ,
- ▶ die Ermittlung der kombinierten Standardunsicherheit $u_c(y)$ des Messergebnisses aus den Standardunsicherheiten $u(x_i)$ und den Kovarianzen,
- ▶ die Angabe der erweiterten Unsicherheit $U = k \cdot u_c(y)$; in der Regel wird ein Erweiterungsfaktor k für einen Grad des Vertrauens von etwa 95% verwendet,
- ▶ das Protokollieren des Messergebnisses mit der kombinierten Standardun-

sicherheit $u_c(y)$ oder der erweiterten Unsicherheit U mit der Beschreibung, wie y und $u_c(y)$ oder U gewonnen wurden.

Die Umsetzung dieser Forderungen ist vor allem eine Frage der Übung, wobei sich die Formulierung des mathematischen Modells am anspruchsvollsten gestaltet. Liegt es einmal vor, lassen sich die wesentlichen Einflussgrößen anhand der einzelnen Unsicherheitsanteile leicht erkennen, während die anderen vernachlässigt werden können.

Bei Koordinatenmessungen haben sich solche ausführlichen Betrachtungen der Messunsicherheit bisher nicht durchgesetzt, da sie etwas komplizierter sind. Die besondere Schwierigkeit besteht in

der Berechnung der Unsicherheit der Ausgleichselemente, die sich meist nicht als geschlossene Lösung formulieren lässt. Die prinzipielle Vorgehensweise des Leitfadens ist aber ebenfalls anwendbar. Dabei kommt den Kovarianzen zwischen den Ergebnisparametern an den einzelnen Ausgleichselementen eine entscheidende Bedeutung zu.

Unsicherheit von Koordinatenmessungen

Alle Koordinatenmessgeräte (KMG) arbeiten heute mit der Ausgleichsrechnung, bei der aus einer relativ großen Anzahl von Messpunkten bestangepasste idealgeometrische Ersatzelemente berechnet werden. Sie hat u. a. den Vorteil, durch die Mittelung über alle Punkte sehr stabile Messergebnisse zu liefern. Bereits vor über 200 Jahren wurde sie von C. F. Gauß begründet und ist heute aus Wissenschaft und Technik nicht mehr wegzudenken (s. Infokasten).

Die Ausgleichsrechnung und ihre Unsicherheit haben mit der DIN 1319-4 auch Eingang in die Normung gefunden [3]. Bei der Ausgleichsrechnung wird ein lineares homogenes Gleichungssystem gelöst:

$$M \cdot x = v \quad \text{bzw.} \quad x = M^{-1} \cdot v \quad (1)$$

Dabei ist M die Matrix der Normalgleichungen, die die Lage der einzelnen Messpunkte auf dem Formelement beschreibt, v ist ein Vektor, der die Abweichungen der Messpunkte vom Ausgleichselement enthält, und x ist der

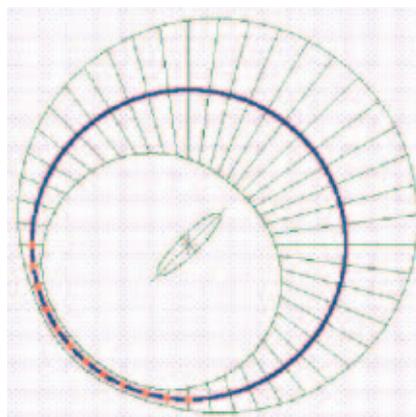


Bild 1. Vertrauensbereiche des Kreismittelpunkts und der Kreislinie bei zwölf auf einem Kreisabschnitt von 90° angeordneten Messpunkten. Die Unsicherheit des Ausgleichskreises hängt entscheidend von der Lage der Messpunkte ab

Vektor der Lösungen mit den einzelnen Ergebnisparametern. Die zu M inverse Matrix M^{-1} wird oft auch mit dem Buchstaben Q bezeichnet und liefert durch Multiplikation mit der Varianz σ^2 der zufälligen und unabhängigen Restabweichungen der Messpunkte vom Ausgleichselement die Kovarianzmatrix S . Diese beschreibt die gegenseitige Abhängigkeit der Ergebnisparameter:

$$S = M^{-1} \cdot \sigma^2 = Q \cdot \sigma^2 \quad (2)$$

Die Varianzen und Kovarianzen ergeben sich aus den Elementen der Kovarianzmatrix [2–5]. Die Varianz σ^2 lässt sich in erster Näherung mit den Abweichungen der Messpunkte vom Ausgleichselement nach oben abschätzen. Enthalten diese Abweichungen systematische Anteile, z. B. auf Grund von örtlichen Formabweichungen der Oberfläche, können diese von den zufälligen getrennt werden, und die Varianz σ^2 sowie die Unsicherheiten werden kleiner [3–5]. Die so gewonnenen Varianzen und Kovarianzen der Ergebnisparameter lassen sich entsprechend den Vorgaben des Leitfadens zur Ermittlung der Unsicherheit von Koordinatenmessungen verwenden, da zwischen den Formelementen in der Regel keine Korrelationen auftreten.

Der Ausgleichskreis

Für den Ausgleichskreis lässt sich die Abhängigkeit der Unsicherheit der Ergebnisparameter von der Lage der Messpunkte sehr anschaulich darstellen. Der Vertrauensbereich ist dort schmal, wo Messpunkte den tatsächlichen Verlauf der Oberfläche erfassen, und wird immer breiter, je weiter sich die Kreislinie von diesem Bereich entfernt (Bild 1). Dementsprechend ergibt sich eine ausgeprägte Richtungscharakteristik für den Kreismittelpunkt, und die Unsicherheit des Kreisdurchmessers wird sehr groß.

Im Idealfall werden die Messpunkte in gleichem Abstand über den ganzen Kreisumfang verteilt. Dann ist der Vertrauensbereich der Kreislinie überall gleich schmal, und der des Mittelpunkts wird selbst zum Kreis (Bild 2). In diesem Fall verschwinden die Kovarianzen, und die Standardabweichungen u_x und u_y des Mittelpunkts sind in jeder Richtung gleich. Sie hängen ebenso wie die Standardabweichung u_D des Durchmessers nur noch von der Punktzahl n und der Standardabweichung s am Ausgleichskreis ab:

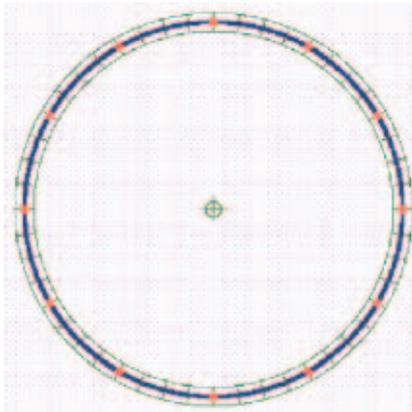


Bild 2. Vertrauensbereiche des Kreismittelpunkts und der Kreislinie. Bei gleichabständigen Messpunkten tritt die kleinste Unsicherheit auf (Maßstab wie in Bild 1)

$$u_x = u_y = u_M = \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s, \quad u_D = \frac{2}{\sqrt{n}} \cdot s \quad (3)$$

Für alle anderen Punktanordnungen sind die Varianzen und Kovarianzen aus der Kovarianzmatrix im Einzelfall zu berechnen.

Weitere Formelemente

Ähnlich wie beim Kreis lassen sich auch für andere Formelemente die Varianzen und Kovarianzen berechnen sowie die Vertrauensbereiche darstellen. Beim Einmessen des Tasters (Kalibrieren) werden z. B. häufig zwei Messpunkte in Richtung des Tasterschafts auf dem oberen Scheitelpunkt des Kugelnormals angetastet, die anderen vier sind um jeweils 90° am Äquator versetzt (Bild 3). Die Standardunsicherheiten des Tasterdurchmessers und seines Mittelpunkts

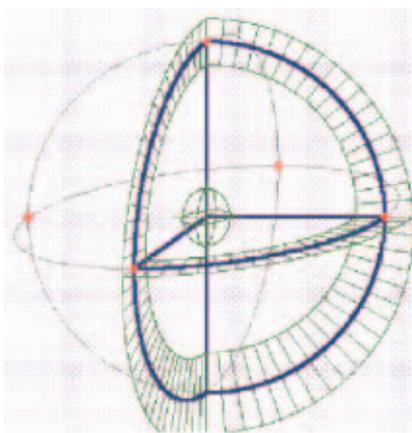


Bild 3. Vertrauensbereiche an der Ausgleichskugel aus sechs Messpunkten. Zwei der Messpunkte befinden sich auf dem oberen Scheitelpunkt

Ausgleichsrechnung

Unter der Ausgleichsrechnung im engeren Sinne versteht man den systematischen Fehlerausgleich bei Bestimmung mehrerer Unbekannter aus Messungen, wenn diese Unbekannten nur mittelbar von Beobachtungen abhängen und mit diesen sowohl wie untereinander durch ein System von Gleichungen verknüpft sind. An dieser Aufgabe vor allem hat Gauß seine Methode der kleinsten Quadrate entwickelt, die das Messen in Geodäsie und Astronomie, aber auch in Physik und Technik überhaupt erst auf eine wissenschaftliche Grundlage gestellt hat. Die oft bewunderte innere Geschlossenheit dieser Theorie, aber auch ihr hohes Maß an praktischer Wirksamkeit sind von der neueren Statistik immer wieder bestätigt worden [2].

lassen sich dann ebenfalls nach Gleichung (3) berechnen.

Der Vertrauensbereich des Mittelpunkts ist kugelförmig, und der der Kugelschale auf der oberen Halbkugel ist annähernd konstant. Ähnlich wie beim Kreis (Bild 1) weitet er sich erst weiter unten auf, da dort keine Messpunkte liegen.

Messunsicherheitsbudget

Für die Messung eines Kreisdurchmessers wird die Messunsicherheit beispielhaft nach den Vorgaben des Leitfadens berechnet. Dabei werden verschiedene Einflüsse berücksichtigt:

- ▶ die Antastung der Werkstückoberfläche mit acht gleichabständigen Punkten,
- ▶ das Einmessen des Tasters mit sechs Punkten (Bild 3),
- ▶ die Kalibrierung des Kugelnormals laut Kalibrierschein,
- ▶ die Temperaturen des Werkstücks, der Maßstäbe und des Kugelnormals [6],
- ▶ die Geometrieabweichung des KMG [7].

Der Tasterdurchmesser wird beim Einmessen als Differenz zwischen den Durchmessern D_E der Ausgleichskugel durch die Tastermittelpunkte und D_C des Kugelnormals bestimmt. Beim Messen des Werkstücks wird zunächst der Durchmesser D_W des Kreises berechnet, den der Tastermittelpunkt beim Antas-

ten beschreibt. Bei einer Außenmessung wird der Tasterdurchmesser davon abgezogen, bei der Bohrung dazuaddiert. Das mathematische Modell für die Bohrungsmessung lautet:

$$D = D_W + (D_E - D_C) \tag{4}$$

Des Weiteren werden die Temperatureinflüsse und die Geometrieabweichungen einbezogen. Das vollständige Modell lautet unter Anwendung der entsprechenden Bezeichnungen (Tabelle 1):

$$D = [(D_W + D_E) \cdot (1 + \alpha_s(t_s - 20^\circ)) - D_C \cdot (1 - \alpha_C(t_C - 20^\circ))] \cdot (1 - \alpha_W(t_W - 20^\circ)) - \Delta D \tag{5}$$

Die Durchmesser D_W und D_E werden intern berechnet und müssen nicht genau bekannt sein. Für die Unsicherheitsbetrachtung reicht es aus, mit den Nennwerten zu arbeiten. Gleiches gilt für den Durchmesser des Kugelnormals D_C .

Für die Temperatur t_s des Maßstabs wird der mittlere Wert von den beiden Koordinatenachsen der Ebene einge-

setzt, in der der Kreis gemessen wird. Die Geometrieabweichung des KMG ist zunächst nicht bekannt ($\Delta D = 0$), sie lässt sich aber für den Durchmesser D als Unsicherheitsbeitrag abschätzen [7].

Diskussion der Einflussgrößen

Die Messunsicherheit kann z.B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm berechnet und dokumentiert werden. So lässt sich leicht die Wirkung der Einflussgrößen testen und die Messstrategie optimieren (Tabelle 1). Die Messung der Werkstückoberfläche (D_W) weist mit $u_i(y) = 1,4 \mu\text{m}$ den weitaus größten Unsicherheitsanteil auf. Die Erhöhung der Messpunktzahl auf z.B. $n = 100$ verringert ihn auf $0,4 \mu\text{m}$ und reduziert die kombinierte Standardunsicherheit auf $u_c(y) = 1,2 \mu\text{m}$.

Das Einmessen des Tasters hat dann mit $0,8 \mu\text{m}$ den größten Anteil. Die Erhöhung der Punktzahl auf z.B. $n = 25$ verringert ihn auf $0,4 \mu\text{m}$. Beide Maß-

nahmen zusammen ergeben für $u_c(y) = 1,0 \mu\text{m}$. Die größten Anteile liegen nun bei den Temperaturen des Werkstücks und des Maßstabs ($0,6$ bzw. $0,5 \mu\text{m}$). Diese lassen sich möglicherweise durch ausreichendes Temperieren und genauere Temperaturmessung weiter reduzieren [6].

Der Einfluss der abgeschätzten Geometrieabweichungen des KMG ist im Vergleich zu den anderen Anteilen sehr klein und kann vernachlässigt werden. Bei größeren Durchmessern erhöht er sich zwar, aber der Temperatureinfluss wird dann ebenfalls stärker. Für einen Durchmesser $D = 500\text{mm}$ ergeben sich z.B. die Unsicherheitsanteile der Temperaturen des Werkstücks zu $2,9 \mu\text{m}$ und des Maßstabs zu $2,1 \mu\text{m}$ (Tabelle 1). Die kombinierte Standardunsicherheit beträgt dann $u_c(y) = 4,0 \mu\text{m}$. Der Anteil der Geometrieabweichungen bleibt mit $0,6 \mu\text{m}$ weiterhin vernachlässigbar.

Die gewonnenen Erkenntnisse lassen sich verallgemeinern, wobei zwischen

Einflussgröße	Einheit	Schätzwert	Messwertanzahl bzw. Verteilung	Standardabweichung bzw. Grenze	Standardunsicherheit	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheitsanteil
X_i	$[X_i]$	x_i	n_i	s_i bzw. a_i	$u(x_i)$	c_i	$u_i(y)$
D_W	mm	90	8	0,002	0,0014	1,00	0,0014
D_E	mm	40	6	0,001	0,0008	1,00	0,0008
D_C	mm	30	Normal	0,0004	0,0002	-1,00	0,0002
α_W	$\mu\text{m}/\text{m}/\text{K}$	12	Normal	2,4	1,20	0,0000	0,0000
t_W	$^\circ\text{C}$	20	Normal	1	0,50	-0,0012	0,0006
α_S	$\mu\text{m}/\text{m}/\text{K}$	7,8	Normal	0,5	0,25	0,0000	0,0000
t_S	$^\circ\text{C}$	20	Normal	1	0,50	0,0010	0,0005
α_C	$\mu\text{m}/\text{m}/\text{K}$	11	Normal	2,2	1,10	0,0000	0,0000
t_C	$^\circ\text{C}$	20	Normal	1	0,50	0,0003	0,0002
ΔD	mm	0	Normal	0,0002	0,0001	-1,00	0,0001
D	mm	100,0000	Kombinierte Standardunsicherheit:			$u_c(y) =$	0,0018
			Effektive Freiheitsgrade:			v_{eff}	11,1
			Erweiterungsfaktor:			$k =$	2,20
			Erweiterte Messunsicherheit (P = 95 %):			$U =$	0,0040

- D_W Durchmesser des Ausgleichskreises am Werkstück
- D_E Durchmesser der Ausgleichskugel beim Einmessen des Tasters
- D_C Kalibrierter Durchmesser des Kugelnormals
- α_W Ausdehnungskoeffizient des Werkstücks (Stahl)
- t_W Temperatur des Werkstücks
- α_S Ausdehnungskoeffizient der Messgeräte-Maßstäbe (Floatglas)
- t_S Temperatur des Messgeräte-Maßstabs (Mittelwert von beiden Achsen)
- α_C Ausdehnungskoeffizient des Kugelnormals (Stahl)
- t_C Temperatur des Kugelnormals
- ΔD Geometrieabweichung des Messgeräts mit $MPE_E = (2 + L/500) \mu\text{m}$ (L in mm) und $L = D$; Grenzwert $a = D/500 \mu\text{m}$

Tabelle 1. Unsicherheitsbudget für die Messung eines Bohrungsdurchmessers

Abmessungen im Vergleich zum KMG	Prüflinge mit relativ großen Formabweichungen (Messung von Werkstücken)	Prüflinge mit relativ kleinen Formabweichungen (Kalibrierung von Normalen)
Kleine Prüflinge	<ul style="list-style-type: none"> ● Anzahl und Lage der Messpunkte auf der Prüflingsoberfläche 	<ul style="list-style-type: none"> ● Anzahl und Lage der Messpunkte auf der Prüflingsoberfläche ● Anzahl und Lage der Messpunkte beim Einmessen des Tasters ● Temperaturen des Prüflings, der Maßstäbe des KMG, des Kugelnormals und des Tasters ● Kalibrierung des Kugelnormals ● Geometrieabweichungen des KMG ● Zeitabhängige Drift des KMG
Große Prüflinge	<ul style="list-style-type: none"> ● Temperaturen des Prüflings und der Maßstäbe des KMG ● Anzahl und Lage der Messpunkte auf der Prüflingsoberfläche ● Geometrieabweichungen des KMG 	<ul style="list-style-type: none"> ● Temperaturen des Prüflings und der Maßstäbe des KMG ● Anzahl und Lage der Messpunkte auf der Prüflingsoberfläche ● Anzahl und Lage der Messpunkte beim Einmessen des Tasters ● Kalibrierung des Kugelnormals ● Geometrieabweichungen des KMG ● Zeitabhängige Drift des KMG

Tabelle 2. Einflussgrößen, die im mathematischen Modell zu berücksichtigen sind. Die Reihenfolge entspricht etwa der Rangfolge

dem Einsatz des KMG für die Messung von Werkstücken oder die Kalibrierung von Normalen zu unterscheiden ist (Tabelle 2).

Messreihen

Messreihen werden zumeist dann ausgeführt, wenn der Zusammenhang zwischen den Einflussgrößen und der Messgröße nicht bekannt ist und das mathematische Modell deshalb nicht formuliert werden kann. Aus den Wiederholungsmessungen werden direkt der Mittelwert und die Standardabweichung der Messgröße berechnet.

Die unterschiedlichen Wirkungen der einzelnen Einflussgrößen bleiben dabei aber verborgen. Zwar kann z.B. die Temperatur bei jeder einzelnen Wiederholungsmessung aufgezeichnet werden, die Abweichungen am Werkstück werden jedoch auch von den zufälligen Antaststreuungen überlagert. Bei Messungen mit wenigen Punkten an kleinen Werkstücken ist der Temperatureinfluss dann häufig nicht klar erkennbar.

Ein weiteres Problem ist die Variation der Messbedingungen. Meist werden die Messreihen aus organisatorischen Gründen auf einmal unmittelbar hintereinander

oder nur zu wenigen Zeitpunkten durchgeführt. Dabei tritt in der Regel nicht die ganze sonst mögliche Streubreite der Temperaturen auf. Die Gültigkeit der ermittelten Unsicherheit bleibt auf den tatsächlichen Temperaturbereich bei diesen Messungen beschränkt, der zusätzlich angegeben werden muss. Deshalb lässt sich der Temperatureinfluss besser nach der Methode B des Leitfadens abschätzen [6, 7].

Formabweichungen der Oberfläche

Gut geeignet sind Messreihen zur Ermittlung des Einflusses der örtlichen Formabweichungen der Oberfläche. Das ist besonders dann erforderlich, wenn die Formabweichungen relativ groß sind. Eine wiederholte Messung an denselben Stellen der Oberfläche erfasst nur die zufällige Antaststreuung des Messgeräts (Bild 4). Im Allgemeinen sind aber die Punkte, an denen die Oberfläche angetastet wird, nicht in der Zeichnung definiert. Es müssen daher alle Punkte der Oberfläche dieselbe Chance haben, zufällig bei der Programmierung erfasst zu werden. Die Ermittlung der Unsicherheit muss diese zufäl-

lige Auswahl berücksichtigen. Die Messergebnisse streuen dann mehr als bei der wiederholten Antastung an denselben Stellen (Bild 4).

Die Standardabweichung der Messreihe wird dann z.B. an Stelle der Standardunsicherheit $u(x_i)$ des Durchmessers D_w in der Tabelle 1 eingesetzt. Bei großen Messpunktzahlen wird sie sich der Antaststreuung des Messgeräts annähern. Hier muss ebenfalls die Temperatur berücksichtigt werden. Ändert sie sich während der Messreihe, so steigt die Standardunsicherheit an.

Simulation

Die Messunsicherheit lässt sich auch durch Simulation der Messabweichungen ermitteln, und es liegen bereits erste Erfahrungen mit dem virtuellen KMG vor [8]. Allerdings werden die mathematischen Modelle der einzelnen Messaufgaben nicht angegeben. Die Richtigkeit dieser Modelle und die Wirkungen der einzelnen Einflussgrößen auf die ermittelte Messunsicherheit können deshalb nicht beurteilt werden.

Ein Nachteil des realisierten Verfahrens liegt in der einseitigen Konzentration auf das KMG selbst. Es wird ein sehr großer Aufwand zur Bestimmung seiner Abweichungen durch Messungen an Normalen (Kugelplatten) betrieben. Der Nutzen ist jedoch begrenzt, da die Geometrieabweichungen des KMG ohnehin recht klein sind und sich der Temperatureinfluss meist leicht abschätzen lässt (Tabelle 1). Darüber hinaus liefert das heute realisierte Verfahren des virtuellen KMG keine Aussage zum Einfluss der Formabweichungen der Oberfläche, wie er nach dem mathematischen Ansatz abgeschätzt oder durch Messreihen ermittelt werden kann. Es eignet sich damit zwar zur Kalibrierung von Nor-

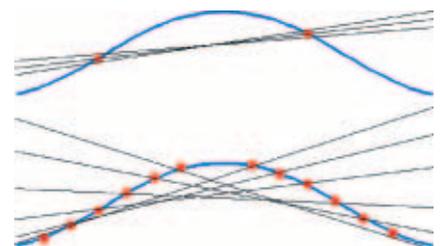


Bild 4. Messung einer Geraden mit zwei Punkten. Auswirkung der Antastung einer Oberfläche mit großen örtlichen Formabweichungen an denselben (oben) und an verschiedenen Punkten (unten)

malen, nicht aber für Werkstücke mit Formabweichungen.

Substitutionsmessung

Bei der Substitutionsmessung wird ein Normal mit ähnlicher Gestalt wie der Prüfling in derselben Lage auf dem Messgerät gemessen und dessen Abweichungen mit den bekannten Abmessungen des Normals korrigiert. Diese Methode ist als Vergleichs- oder Komparatormethode seit langem bekannt und wird vor allem bei der Rückführung von Normalen auf die gesetzlichen Einheiten angewendet.

Das mathematische Modell der Substitutionsmessung lautet allgemein:

$$Y = X - X_S + X_C \quad (6)$$

Aus den Standardabweichungen der drei Einflussgrößen X (Messung am Prüfling), X_S (Messung am Normal) und X_C (Kalibrierwert des Normals) lässt sich nach dem Fortpflanzungsgesetz die kombinierte Standardunsicherheit der Messgröße Y berechnen:

$$u_c(y) = \sqrt{u_x^2 + u_{x_s}^2 + u_{x_c}^2} \quad (7)$$

Die Unsicherheit des Kalibrierwerts wird dem Kalibrierschein entnommen. Die Anteile der Messungen am Prüfling und am Normal lassen sich z.B. durch Messreihen bestimmen. Beim Werkstück ist der Einfluss der örtlichen Formabweichungen der Oberfläche durch veränderte Antastpositionen mit zu erfassen. Zusätzlich muss der Temperatureinfluss abgeschätzt werden [6].

Die Bohrungsmessung (Tabelle 1) kann auch als Substitutionsmessung durchgeführt werden, wenn an Stelle des Kugelnormals ein Einstellring gesetzt wird. Solche Einstellringe werden heute üblicherweise mit erweiterten Messunsicherheiten von 0,7 bis 1 µm kalibriert. Das entspricht einem Unsicherheitsanteil von mindestens 0,35 µm. Die Messung des Einstellrings z.B. mit 100 Punkten und $s = 1 \mu\text{m}$ ergibt einen Unsicherheitsanteil von 0,2 µm. Beide Anteile sind bereits größer als der mit 0,1 µm abgeschätzte Unsicherheitsanteil der Geometrieabweichungen. Die Substitution bringt hier keinen Vorteil, sondern würde nur die Messunsicherheit vergrößern.

Das gilt ganz allgemein für alle Werkstücke mit relativ großen Messunsicherheiten und für kleine Prüflinge. Nur dann, wenn die Anteile der Kalibrierung

des Normals und seiner Messung auf dem Messgerät kleiner als der abgeschätzte Anteil der Geometrieabweichungen sind, ist die Substitutionsmessung zur Reduzierung der Messunsicherheit sinnvoll.

Wenn die Substitutionsmethode heute trotzdem z.B. bei der Messung von Lehren weit verbreitet ist, so liegt das u.a. an den meist geringen Messpunktzahlen beim Einmessen des Tasters und am Prüfling selbst. Die Erhöhung der Punktzahl ist hier nützlicher, insbesondere weil sich Kugelnormale wesentlich genauer als Einstellringe kalibrieren lassen.

Die Unsicherheit der Substitutionsmessung in der Normung

Nach dem Normenentwurf zur ISO/DTS 1530-3 wird zur Unsicherheitsermittlung im Wechsel mit dem Normal bei den Wiederholungsmessungen ein so genanntes kalibriertes Werkstück gemessen [9]. Ein mathematisches Modell der Messung ist nicht angegeben. Deshalb ist die Aufstellung der Gleichung für die erweiterte Unsicherheit der Messgröße nicht nachvollziehbar:

$$u_c(y) = 2\sqrt{u_c^2 + u_p^2 + u_w^2} + |E| \quad (8)$$

Neben der Differenz E zwischen dem Mittelwert der Messungen am kalibrierten Werkstück und dessen Kalibrierwert X_C gehen die Standardunsicherheiten u_C für den Kalibrierwert des kalibrierten Werkstücks, u_p für die Messung am Normal und u_w für den Herstellungsprozess der Werkstücke (speziell die Streuung des Ausdehnungskoeffizienten) in die Gleichung ein.

Der Anteil u_w verschwindet, wenn der Mittelwert der Raumtemperatur bei 20 °C liegt [9]. Damit muss der Temperatureinfluss allein über die Wiederholungsmessungen berücksichtigt werden, wobei die vorausgesetzte vollständige Erfassung des Temperaturstrebereichs unrealistisch ist. Damit fehlen in Gleichung (8) die abgeschätzten Temperatureinflüsse für das Werkstück und das Normal.

Bekannt systematische Abweichungen sind nach dem Leitfaden zu korrigieren [1]. Im Gegensatz dazu wird in Gleichung (8) der Betrag |E| zur Unsicherheit addiert. Die Unsicherheit wird so unnötig vergrößert. Die Messung des Normals spielt dagegen ebenso wie sei-

ne Kalibrierung in Gleichung (8) überhaupt keine Rolle. Daraus folgt, dass es nicht kalibriert sein muss und damit gar kein Normal, sondern lediglich ein für die Maßübertragung verwendeter Prüfkörper ist. Der Anschluss an die gesetzliche Einheit wird über das kalibrierte Werkstück hergestellt, das damit das eigentliche Normal ist.

Als Konsequenz erhebt sich die grundsätzliche Frage, weshalb im Normentwurf überhaupt mit zwei Prüfkörpern bzw. Normalen gearbeitet wird. Bei dem mit den Gleichungen (6) und (7) beschriebenen Vorgehen reicht ein Normal aus, und die Unsicherheit lässt sich deutlich wirtschaftlicher und besser bestimmen.

Literatur

- 1 DIN EN V 13005 (1999): Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen
- 2 Zurmühl, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Springer-Verlag, Berlin 1965 und 1984
- 3 DIN 1319-4 (1999): Grundlagen der Messtechnik; Teil 4: Auswertung von Messungen; Messunsicherheit
- 4 Hernla, M.: Abschätzung der Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen unter den Bedingungen der industriellen Fertigung. VDI-Fortschrittberichte Reihe 2, Nr. 274, VDI-Verlag, Düsseldorf 1992
- 5 Hernla, M.: Aufgabenspezifische Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen. Technisches Messen 64 (1997) 7/8, S. 286–293
- 6 Hernla, M.; Neumann, H. J.: Einfluss der Temperatur auf die Längenmessung. OZ 42 (1997) 4, S. 464–468
- 7 Hernla, M.: Messabweichungen einfach abschätzen. OZ 45 (2000) 4, S. 458–464
- 8 Bösser, F.; Trenk, M.; Wisweh, L.; Wengler, S.: Gewissheit über die Unsicherheit. OZ 45 (2000) 5, S. 612–618
- 9 ISO/DTS 15530-3 (2000): Geometrical Product Specifications (GPS) – Coordinate measuring machines (CMM): Techniques for determining the uncertainty of measurement – Part 3: Uncertainty assessment using calibrated workpieces

Der Autor dieses Beitrags

Dr.-Ing. Michael Hernla, Jahrgang 1955, studierte Fertigungsmesstechnik an der Technischen Universität (TU) Dresden. Nach Tätigkeiten als Ingenieur für Messtechnik in der Berliner Werkzeugmaschinenfabrik und als Abteilungsleiter für Messtechnik in den Berliner Vergaser- und Filterwerken arbeitete er als wissenschaftlicher Mitarbeiter in einem Dienstleistungsbetrieb für Qualitätsmanagement. 1992 promovierte er an der TU Dresden und ist heute als freiberuflicher Ingenieur tätig.